Ejercicio del 3 de abril de 2020

Cinemática

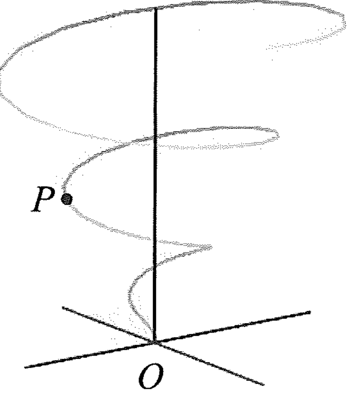
Un punto describe una *helicoide cónica dextrógira* de ecuación cartesiana en paramétricas

$$\boldsymbol{OP}(t) = t \cdot \sin(t) \cdot \boldsymbol{i} + t \cdot \cos(t) \cdot \boldsymbol{j} + t \cdot \boldsymbol{k}$$

Haciendo uso de las coordenadas cilíndricas

$$x = r \cdot \cos(\varphi)$$
$$y = r \cdot \sin(\varphi)$$
$$z = z$$
$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\varphi} \cdot \boldsymbol{E}_z$$

determinar, cuando $t = 0$, la velocidad, la aceleración, el radio de curvatura de flexión y $d|\boldsymbol{v}|/dt$.



Teniendo en cuenta

$$t \cdot \sin(t) = r \cdot \cos(\varphi)$$
$$t \cdot \cos(t) = r \cdot \sin(\varphi)$$
$$t = z$$

se llega a que

$$r = t$$
$$\varphi = \frac{\pi}{2} - t$$
$$z = t$$
$$\boldsymbol{\omega} = -\boldsymbol{E}_z$$

Por consiguiente,

$$\boldsymbol{OP} = t \cdot \boldsymbol{E}_r + t \cdot \boldsymbol{E}_z$$

derivando respecto al tiempo

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{E}_r - t \cdot \boldsymbol{E}_\varphi + \boldsymbol{E}_z$$

y derivando nuevamente

$$\boldsymbol{a} = -t \cdot \boldsymbol{E}_r - 2 \cdot \boldsymbol{E}_\varphi$$

© 2020 Tecnun (University of Navarra)

Cuando $t = 0$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{E}_r + \boldsymbol{E}_z$$
$$\boldsymbol{a} = -2 \cdot \boldsymbol{E}_\varphi$$

Por el teorema de Huygens

$$\boldsymbol{a} = \frac{dv}{dt} \cdot \boldsymbol{E}_t + \frac{v^2}{\rho} \cdot \boldsymbol{E}_n$$

siendo

$$\boldsymbol{v} = v \cdot \boldsymbol{E}_t$$

En el instante dado

$$v = \sqrt{2}$$
$$\boldsymbol{E}_t = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\boldsymbol{E}_r + \boldsymbol{E}_z)$$

A partir del teorema de Huygens,

$$|\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{E}_t| = \frac{v^2}{\rho}$$

entonces

$$\rho = 1$$

Para determinar la derivada temporal del vector velocidad, teniendo en cuenta el teorema de Huygens, basta con

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{E}_t = \frac{dv}{dt}$$

en $t = 0$

$$\boldsymbol{E}_t = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\boldsymbol{E}_r + \boldsymbol{E}_z)$$
$$\boldsymbol{a} = -2 \cdot \boldsymbol{E}_\varphi$$

es decir,

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

www.tecnun.es